

Enseignements de la Licence de mathématiques

June 27, 2023

1 Licence 1

1.1 LSMA100 — Analyse 1

ECTS : 6

Semestre : 1

Volume horaire : 18 heures de cours magistral et 36 heures de TD

Evaluation : contrôle continu intégral (pas d'examen terminal), avec au moins 3 contrôles écrits au cours du semestre.

Prérequis : avoir suivi la spécialité *mathématiques* en première et en terminale. L'option *mathématiques complémentaires* est bienvenue mais non nécessaire.

Descriptif : bases d'analyse mathématique.

Programme :

- suites et récurrence : calcul de sommes, démonstrations par récurrence, étude de suites arithmétiques, géométriques et autres, suites récurrentes
- étude de fonctions : étude des variations, calcul et démonstration des limites, étude des asymptotes obliques, fonctions composées, trigonométrie et fonctions trigonométriques
- développements limités : formules de Taylor, développements limités usuels, opérations sur les développements limités, applications
- intégration et primitives : primitives usuelles, intégration par parties, changement de variable
- équations différentielles linéaires : équations du premier ordre avec et sans second membre, équations du 2ème ordre à coefficients constants

1.2 LSMA101 — Consolidation en mathématiques

ECTS : 3

Semestre : 1

Volume horaire : 9 heures de cours magistral et 18 heures de TD

Programme :

- Nombres complexes : l'ensemble \mathbb{C} et sa structure, forme algébrique d'un nombre complexe, partie réelle et partie imaginaire d'un nombre complexe, conjugué, interprétation géométrique de \mathbb{C} , forme trigonométrique d'un nombre complexe, module, argument, l'ensemble des complexes de module formule de Moivre, forme exponentielle d'un nombre complexe, racines n -ièmes d'un nombre complexe, résolution de $az^2 + bz + c = 0$.
- Anneau des polynômes sur un corps : définition d'un polynôme formel sur un corps K , degré, polynôme unitaire, somme et produit de polynômes, divisibilité, polynômes associés, division euclidienne, fonctions polynôme, racine d'un polynôme, racine d'ordre k , polynômes irréductibles.

1.3 LSMA105 — Compléments de mathématiques (Licence Double Diplôme MP)

ECTS : 3

Semestre : 1

Volume horaire : 9 heures de cours magistral et 18 heures de TD

Programme :

- Groupes : Structure de groupe, sous-groupes, sous-groupe de \mathbb{Z} , ordre d'un élément dans un groupe, homomorphisme de groupe.
- Arithmétique des entiers : division euclidienne dans \mathbb{Z} , pgcd, ppcm, entiers premiers entre eux, égalité de Bézout, théorème de Gauss, algorithme d'Euclide, l'équation $ax + by = c$, nombres premiers, décomposition en facteurs premiers, congruence, anneau $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$, solution de la congruence $ax \equiv b \pmod{n}$, les inversibles modulo n , la fonction indicatrice d'Euler, le corps $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$, le petit théorème de Fermat, le théorème d'Euler, le théorème chinois des restes.
- Arithmétique des polynômes sur un corps : division euclidienne, pgcd, polynômes associés, polynômes irréductibles, décomposition en facteurs irréductibles, application à la décomposition en éléments simples de fractions rationnelles.

1.4 LSMA201 — Mathématiques fondamentales

ECTS : 6

Semestre : 2

Volume horaire : 18 heures de cours magistral et 36 heures de TD

Descriptif : Ce module est destiné principalement aux étudiants voulant faire une Licence 2 de Mathématique ou d'Informatique.

Programme :

- Rappel sur la logique et les ensembles.
- Applications, fonctions. Images directe et réciproque. Injection, Surjection, Bijection et bijection réciproque.
- Propriété des nombres réels. Majorant, minorant, bornes inférieure et supérieure, maximum, minimum.
- Suites. Propriétés des suites. Convergence, valeurs d'adhérence, théorème de Bolzano-Weierstrass. Suites de Cauchy, complétude de \mathbb{R} , notations de Landau.
- Fonctions. Limites des fonctions, notations de Landau. Continuité, définition séquentielle de la continuité, théorème de la limite monotone.
- Théorèmes fondamentaux des fonctions continues et des fonctions dérivables. Théorèmes des valeurs intermédiaires, de Weierstrass, de la bijection, des accroissements finis (avec le lemme de Rolle), Formule de Taylor-Lagrange.

1.5 LSMA202N — Algèbre 1

ECTS :

Semestre : 2

Volume horaire : 18 heures de cours magistral et 36 heures de TD

Descriptif

- Maîtriser les premières notions d'algèbre linéaire, notamment la notion d'espaces vectoriels principalement en dimension finie,
- Savoir reconnaître et étudier des applications linéaires principalement en dimension finie en utilisant le calcul matriciel.

Programme :

- Systèmes linéaires (2 semaines) : systèmes équivalents, algorithme de Gauss, systèmes (n, p) et systèmes à paramètres.
- Espace vectoriel (4 semaines) :
 - Définition dans le cas général, exemples: \mathbb{R}^n , espaces des polynômes, espaces vectoriels de suites, de fonctions, etc
 - Sous-espace vectoriel, intersection, réunion, Combinaison linéaire, sous-espace vectoriel engendré par une famille de vecteurs, famille génératrice
 - Famille libre, Bases, dimension d'un sous-espace vectoriel de dimension finie, définition d'un hyperplan, coordonnées d'un vecteur dans une base
 - Sous-espaces supplémentaires: définition d'une somme directe, caractérisation, définition d'un sous-espace supplémentaire
- Applications linéaires et matrices (5 semaines) :
 - Applications linéaires : définition, noyau, image, théorème du rang, endomorphismes, applications linéaires injectives, surjectives, isomorphismes
 - Matrices : définition, somme, produit, inverse, calcul d'inverses, noyau, image, rang d'une matrice
 - Liens matrices / applications linéaires
 - Changement de bases, matrice de passage
 - Définition de projecteurs, symétries, rotations
- Introduction aux déterminants dans \mathbb{R}^2 ou \mathbb{R}^3 (1 semaine)

Bibliographie :

- François Liret, Dominique Martinais Algèbre 1ère année — Cours et exercices avec solutions , éditions Dunod 2009.
- Jean-Pierre Marco, Laurent Lazzarini (avec la collaboration de Hassan Boualem, Robert Brouzet, Bernhard Elsner, Laurent Kaczmarek, Denis Pennequin) : Mathématiques L1 : Cours complet avec 1000 tests et exercices corrigés , éditions Pearson Education, 2010.

1.6 LSMTM — Méthodologie de travail en mathématiques

ECTS : 3

Semestre : 1

Volume horaire : 21 heures de TD

Programme :

- Logique, connecteurs, quantificateurs
- Ensembles, inclusion, intersection, réunion, complémentaire
- Applications, injections, surjections, bijections, image et image réciproque, composition
- Un travail sur une question ouverte sera demandé par groupe de deux. Ce travail fera l'objet d'un exposé.

2 Licence 2

2.1 LSMA300 — Analyse et algèbre linéaire 2

ECTS : 9

Semestre : 3

Volume horaire : 27 heures de cours magistral et 54 heures de TD

Prérequis : LSMA100, LSMA201 et LSMA202N

Descriptif: Cette UE est une formation mathématique de base fondamentale en analyse et algèbre linéaire pour les étudiants se destinant aux licences de mathématiques ou de double-diplôme-maths-physique.

Programme:

I - Analyse

- Séries numériques: définition, convergence, somme, convergence absolue, séries à termes positifs et critères de convergence (critères de comparaison, critères de d'Alembert, de Cauchy, séries de Riemann), séries alternées.
- Intégrales généralisées : définition, convergence, convergence absolue, critères de convergence pour les fonctions positives, comparaison séries-intégrales généralisées.
- Fonctions à plusieurs variables: Continuité, dérivées partielles d'ordre 1, fonctions de classe C^1 , opérations sur les fonctions de classe C^1 (en particulier dérivées de fonctions composées), matrice jacobienne, gradient, dérivées partielles d'ordre 2, théorème de Schwarz, matrice Hessienne
- Extrema locaux de fonctions de n variables: Formule de Taylor à l'ordre 1 et 2, cond. nécessaire d'optimalité locale d'ordre 1, cond. suffisante d'ordre 2.
- Intégrales surfaciques et volumiques de fonctions de \mathbb{R}^2 ou \mathbb{R}^3 dans \mathbb{R} .

II - Algèbre linéaire

- Déterminant de n vecteurs, d'un endomorphisme, d'une matrice: définition d'une forme multilinéaire alternée, définition du déterminant par récurrence sur la dimension (développement selon une ligne ou une colonne), déterminant de l'inverse d'une matrice, comatrice.
- Diagonalisation d'endomorphismes: définition de valeurs propres, vecteurs propres, sous-espaces propres.
- Diagonalisation dans le cas de la dimension finie: polynôme caractéristique, CNS de diagonalisation, applications à la puissance de matrices, aux suites récurrentes linéaires d'ordre 2 (et éventuellement d'ordre n).

Bibliographie:

- F. Liret, D. Martinais, *Analyse 1ère et 2ème année, algèbre 1ère année, algèbre et géométrie 2ème année*, éd. Dunod.
- J.P. Ramis et André Warusfel, *Mathématiques, tout-en-un pour la licence (niveau L1 et L2)*, éd. Dunod.

2.2 LSMA302 - Analyse et Algèbre linéaire

ECTS : 6

Semestre : 3

Responsable du cours : Oleksiy Khorunzhiy

Volume horaire : 18 heures de cours magistral et 36 heures de TD

Evaluation : 40% contrôle continu et 60% examen écrit

Prérequis : LSMA100, LSMA202

Descriptif : Cette UE est destinée aux étudiants de L2 MIASHS et L2 Physiques.

Programme :

- Séries numériques: convergence, critères, séries de Riemann, développements limités
- Matrices carrées: déterminants, matrices inverses
- Matrices carrées: vecteurs propres, valeurs propres, diagonalisation
- Fonction de plusieurs variables, DL; extrema
- Equations différentielles: champs de directions, courbes intégrales, Théorème de Cauchy-Lipshitz
- Equations linéaires de l'ordre 1
- Equations non-linéaires de l'ordre 1

Bibliographie :

- F. Liret, D. Martinez: Mathématiques générales: Analyse, deuxième année, Dunod
- F. Liret, D. Martinez: Mathématiques générales: Algèbre, première année, Dunod

2.3 LSMA310 — Arithmétique

ECTS : 3

Semestre : 3

Volume horaire : 9 heures de cours magistral et 18 heures de TD

Programme :

- Arithmétique des entiers Division euclidienne dans \mathbb{Z} , pgcd, ppcm, entiers premiers entre eux, égalité de Bézout, théorème de Gauss, algorithme d'Euclide, l'équation $ax + by = c$, Nombres premiers, décomposition en facteurs premiers, congruence, anneau $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$, solution de la congruence $ax \equiv b \pmod{n}$, les inversibles modulo n , la fonction indicatrice d'Euler, le corps $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$, le petit théorème de Fermat, le théorème d'Euler, le théorème chinois des restes.
- Arithmétique des polynômes sur un corps : Division euclidienne, pgcd, polynômes associés, polynômes irréductibles, décomposition en facteurs irréductibles, application à la décomposition en éléments simples de fractions rationnelles.

2.4 LSMA350 — Mathématiques assistées par ordinateur

ECTS : 6

Semestre : 3

Volume horaire : 18 heures de cours magistral et 36 heures de TD sur ordinateur

Prérequis : Les UE d'analyse et d'algèbre linéaire I et II de L1. Aucune connaissance informatique n'est requise.

Descriptif : Le but de ce module est d'apprendre à utiliser l'ordinateur pour résoudre certains problèmes mathématiques abstraits ou concrets. Pendant le semestre, on présentera l'intérêt et l'efficacité des Mathématiques Assistées par Ordinateur mais aussi ses limites et ses pièges. Le logiciel utilisé sera le Python.

Programme :

- Initiation à Python, Algorithmique : boucles for, while, instructions if...
- Méthodes de résolution d'équations non linéaires : méthodes de la dichotomie, de la sécante et méthode de Newton
- Méthodes de calculs approchés d'intégrales: présentation de différentes méthodes (rectangles, trapèzes, Simpson...), représentation du logarithme de l'erreur en fonction du logarithme du pas.
- Méthodes de résolutions approchées d'équations différentielles ordinaires: méthode d'Euler explicite, Euler implicite et méthode de Runge Kutta
- Résolution de systèmes linéaires : triangulation de système, méthode du Pivot de Gauss, pivot non nul

2.5 LSMA410 — Algèbre générale

ECTS : 6

Semestre : 4

Volume horaire : 18 heures de cours magistral et 36 heures de TD

Prérequis : Les UEs d’algèbre linéaire et d’arithmétique de L1 et S3.

Descriptif : Dans ce cours nous abordons des éléments sur les groupes généraux et la classification des groupes abéliens finis, des éléments d’algèbre bilinéaire en dimension finie et la réduction $D + N$ des endomorphismes.

Programme :

- Eléments sur les groupes abéliens
 - Eléments sur les groupes généraux : classes à gauche et à droite, théorème de Lagrange, sous-groupe engendré, groupes monogènes, produit direct de groupes. Exemples divers.
 - L’anneau et le groupe additif $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$.
 - Plus généralement, quotient d’un groupe abélien par un sous-groupe.
 - Produit de groupes cycliques, théorème chinois.
 - Structure des groupes abéliens finis : décomposition en composantes primaires et décomposition en facteurs invariants.
- Algèbre bilinéaire en dimension finie
 - Dualité en dimension finie
 - Formes bilinéaires et représentation matricielle
 - Formes bilinéaires symétriques et formes quadratiques : noyau, rang, algorithme de Gauss, cas des formes quadratiques réelles
 - Formes quadratiques sur un espace euclidien, diagonalisabilité des matrices symétriques
- Réduction des endomorphismes
 - Polynômes d’endomorphismes
 - Sous-espaces caractéristiques
 - Décomposition $D + N$.

2.6 LSMA420 — Suites et séries de fonctions

ECTS : 6

Semestre : 4

Volume horaire : 18 heures de cours magistral et 36 heures de TD

Prérequis : Ce cours nécessite d'avoir suivi le cours de LSMA201 (Mathématiques Fondamentales) et la partie analyse sur les séries du LSMA300.

Programme :

- Suites et Séries de fonctions. Convergence simple, convergence uniforme, convergence normale
- Théorèmes d'interversion : continuité, intégration, dérivabilité
- Séries entières, convergence, théorème de Tauber, séries dérivées. Développement en série entière. Solutions d'équations différentielles développables en séries entières
- Séries de Fourier. Théorème de Dirichlet, de Dirichlet uniforme. Inégalité de Parseval, formule de Parseval

Bibliographie :

- MethodiX Analyse, X. Merlin, edition ellipse
- Exercices avec indications corrigés et détaillés pour assimiler tout le programme (MP,MP*), Eric Merle, collection phare, edition ellipses

2.7 LSMA421 — Aspects différentiels

ECTS : 6

Semestre : 4

Volume horaire : 18 heures de cours magistral et 36 heures de TD

Programme :

 Systèmes différentiels linéaires

 Équations et systèmes différentiels non linéaires

 Étude métrique des courbes

 Intégrales doubles et triples

 Surfaces de \mathbf{R}^3

 Champs de vecteurs

 Formules de Green et théorème de Stokes

2.8 LSMA430 — Probabilités et statistiques élémentaires

ECTS : 6

Semestre : 4

Volume horaire : 18 heures de cours magistral et 36 heures de TD

Prérequis : Les notions classiques de probabilités vues en Term-spé maths, l'analyse du semestre 3 (séries numériques, calcul d'intégrales généralisées, intégrales doubles)

Descriptif: Le but de ce module est d'acquérir les notions principales de probabilités et statistique élémentaires. Il s'agit de modéliser des phénomènes aléatoires afin de les rendre suffisamment simples pour être étudiés avec les outils mathématiques de licence: un peu de combinatoire, d'études de fonctions, de séries, d'intégrales. Les notions spécifiques aux probabilités et à la statistique: l'indépendance et les différentes formes de convergence sont introduites dans ce module puis manipulées autour d'exemples concrets.

Cet enseignement est pertinent pour les Licences de Sciences et Technologies.

Programme:

- Expérience aléatoire, mesure de probabilité, équiprobabilité, dénombrement.
- Probabilité conditionnelle, indépendance, formule des probabilités totales.
- Notion de variable aléatoire, discrète, continue, couples de variables aléatoires
- Loi des grands nombres. Théorème de la limite centrale.
- Si le temps le permet : Introduction aux modèles statistiques, estimation, intervalle de confiance.

3 Licence 3

3.1 LSMA511 — Algèbre : structures algébriques

ECTS : 6

Semestre : 5

Volume horaire : 18 heures de cours magistral et 36 heures de TD

Evaluation : 40% contrôle continu et 60% examen écrit

Prérequis : Bases d'algèbre vues en L1 et L2.

Descriptif : Ce module est destiné principalement aux étudiants de la Licence de Mathématiques.

Programme :

- Anneaux, idéaux, anneau quotient, sous-anneau engendré, idéaux engendrés, corps
- Exemples variés
- Arithmétique des anneaux principaux et des anneaux factoriels
- Polynômes en une variable, racines, multiplicité, relation entre coefficients et racines
- Anneaux de polynômes à plusieurs variables
- Fractions rationnelles, décomposition en éléments simples
- Éléments sur les corps de nombres

3.2 LSMA521 — Analyse complexe

ECTS : 6

Semestre : 5

Volume horaire : 18 heures de cours magistral et 36 heures de TD

Evaluation : 40% contrôle continu et 60% examen écrit

Prérequis : Enseignements d'analyse de première et deuxième année, en particulier notions de continuité et de dérivation, de topologie métrique élémentaire du plan.

Descriptif : Ce module est destiné principalement aux étudiants de la Licence de Mathématiques. On étudie les premières propriétés des fonctions dérivables d'une variable complexe en faisant apparaître le lien avec les séries entières, notamment les zéros isolés, le principe du maximum, le théorème de Liouville, ainsi que l'utilisation des résidus pour le calcul d'intégrales.

Programme :

- Séries entières et fonctions analytiques
- Fonctions holomorphes
- Intégrales curvilignes. Théorèmes et formule de Cauchy.
- Points singuliers. Fonctions méromorphes.
- Théorème des résidus. Application au calcul d'intégrales

Bibliographie :

- Michèle Audin : *Analyse complexe* (en ligne)
- Jean Dieudonné : *Calcul infinitésimal*, éditions Hermann.
- Walter Rudin : *Analyse réelle et complexe : Cours et exercices*, éditions Dunod 2009

3.3 LSMA523 — Calcul intégral et théorie de la mesure

ECTS : 6

Semestre : 5

Volume horaire : 18 heures de cours magistral et 36 heures de TD

Evaluation : 40% contrôle continu et 60% examen écrit

Prérequis : Les notions mathématiques de première et deuxième année doivent être bien acquises pour suivre cet enseignement.

Descriptif : Ce cours est destiné aux étudiants de la Licence de Mathématiques. Il a pour objectif d'introduire l'intégrale de Lebesgue et de la manipuler, notamment pour justifier les interversions limite/intégrale fréquentes en analyse. Le cours s'appuie sur les fondements de la théorie de la mesure nécessaires pour définir une intégrale par rapport à une mesure. Le cours contient les théorèmes et les notions utiles pour des cours ultérieurs de probabilités.

Programme :

- Un peu de théorie de la mesure : tribus, tribu borélienne, tribu produit
- Mesures, mesure de Dirac, mesure de Lebesgue
- Intégrer par rapport à une mesure : définition de l'intégrale par rapport à une mesure
- Théorème de convergence monotone, théorème de convergence dominée, lien avec l'intégrale de Riemann
- Intégrales à paramètre.
- Mesures à densité. Théorème de transfert
- Intégration sur un espace produit : mesure produit, théorème de Fubini
- Mesure de Lebesgue sur \mathbb{R}^d . Changement de variable
- Espaces L^p : inégalités célèbres : Hölder, Minkowski, Jensen.
- Convolution.

Bibliographie :

- Olivier Garet & Aline Kurtzmann : *De l'intégration aux probabilités*. Version en ligne
- Marc Briane & Gilles Pagès : *Théorie de l'intégration*. (Editions Vuibert).
- G. Auliac, C. Coccozza-Thivent, S. Mercier, M. Roussignol : *Intégration et probabilités*. (EdiScience)

3.4 LSMA525 — Topologie et calcul différentiel

ECTS : 8

Semestre : 5

Volume horaire : 24 heures de cours magistral et 48 heures de TD

Evaluation : 40% contrôle continu et 60% examen écrit

Prérequis : Les enseignements d'analyse et d'algèbre linéaire de L1 et L2 doivent être bien acquises pour suivre ce cours.

Descriptif : Ce cours est destiné aux étudiants de la Licence de Mathématiques. Ce module présente les bases de la topologie des espaces vectoriels normés, suivies des bases du calcul différentiel.

Programme :

- Espaces métriques, espaces normés (sur un espace vectoriel réel ou complexe) ; normes équivalentes, exemples en dimension finie et infinie.
- Topologie d'un espace métrique : ouverts, fermés, intérieur, adhérence, voisinage, densité.
- Suites dans un espace métrique : suite convergente, limite, valeur d'adhérence, caractérisation séquentielle des ouverts, fermés, points adhérents.
- Espaces de Banach. Exemples usuels.
- Compacité : théorème de Bolzano-Weierstrass, compacts des evn de dimension finie.
- Applications continues : définition, continuité uniforme, fonctions Lipschitziennes, caractérisation séquentielle, homéomorphismes, fonctions contractantes, théorème du point fixe, image d'un compact par une application continue.
- Applications linéaires continues et leurs normes.
- Connexité, Connexité par arc.
- Applications différentiables, différentielle, opérations sur les différentielles, inégalité des accroissements finis, cas de la dimension finie: dérivées partielles, matrice jacobienne. Différentielles d'ordre supérieur, classe \mathcal{C}^k , théorème de Schwarz.
- Difféomorphisme, théorème d'inversion locale pour $f : U \subseteq \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^n$, théorème des fonctions implicites pour $f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ avec $n \leq 2$.
- Théorème de Cauchy-Lipschitz.

Bibliographie :

- Cours de topologie, Jean-Christophe Yoccoz

3.5 LSMA540 — Statistiques en sciences humaines et sociales

ECTS : 6

Semestre : 5

Volume horaire : 18 heures de cours magistral et 36 heures de TD

Evaluation : 40% contrôle continu et 60% examen écrit

Prérequis : Les notions de mathématiques étudiées en L1 et L2 MIASHS. En particulier, l'UE LSMA430 de Probabilités et statistiques élémentaires, le calcul d'intégrales et de séries, la dérivation de fonctions, les propriétés des fonctions logarithme et exponentielle vus en LSMA100 et LSMS300.

Descriptif : Cette UE est destinée aux étudiants de L3 MIASHS. Elle porte sur les notions de base de statistique inférentielle.

Programme :

- Estimation ponctuelle : estimateurs, méthode des moments et méthode du maximum de vraisemblance.
- Estimation par intervalles de confiance.
- Tests d'hypothèses : principe, tests classiques, tests de comparaison, tests du khi-deux.
- Le modèle de régression linéaire : estimation par la méthode des moindres carrés ordinaires, intervalles de confiance et tests.

Bibliographie :

- Cantoni E., Hubert P. et Ronchetti E., *Maîtriser l'aléatoire : exercices résolus de probabilités et statistique*.
- Dreyfuss P. et Stolfi-Donati N., *Probabilités et statistiques appliquées*.
- Lecoutre J.-P., *Statistique et probabilités, TD*.
- Lejeune M., *Statistique : la théorie et ses applications*.

3.6 LSMA610 — Groupes et géométrie

ECTS : 6

Semestre : 6

Volume horaire : 18 heures de cours magistral et 36 heures de TD

Evaluation : 40% contrôle continu et 60% examen écrit

Prérequis : Bases d'algèbre vues en L2.

Descriptif : Ce module est destiné principalement aux étudiants de la Licence de Mathématiques. On étudie la structure algébrique de groupe et ses applications à la géométrie des espaces vectoriels et euclidiens.

Programme :

- Groupes, sous-groupes, sous-groupes distingués, quotients, sous-groupes engendrés, exemples.
- Action d'un groupe sur un ensemble.
- Le groupe des permutations, orbites, transpositions et cycles, décomposition en produit de cycles à supports disjoints, signature.
- Groupe de Sylow.
- Étude et classification des isométries du plan et de l'espace euclidien.
- Le groupe diédral : isométries d'un polygone régulier.

3.7 LSMA631 — Probabilités avancées

ECTS : 8

Semestre : 6

Volume horaire : 24 heures de cours magistral et 48 heures de TD

Evaluation : 40% contrôle continu et 60% examen écrit

Prérequis : Il est conseillé mais non indispensable d'avoir suivi un cours de probabilités de deuxième année de licence. Il est recommandé d'avoir suivi un cours de calcul intégral de L3 pour suivre ce cours.

Descriptif : On introduit les probabilités avec l'axiomatisation de Kolmogorov, basée sur la théorie de la mesure. On redéfinit les notions classiques vues les années précédentes (espérance, indépendance, etc) avec ce formalisme. L'accent est mis sur l'étude des variables aléatoires. On présentera la loi des grands nombres et le théorème central limite. Enfin, on introduira quelques notions de base de la statistique inférentielle.

Programme :

- Espaces de probabilités généraux, axiomatique de Kolmogorov, Espaces de probabilité discrets, dénombrement, densité
- Probabilité conditionnelle, indépendance, formule de Bayes
- Variables aléatoires : loi, lois usuelles discrètes ou à densité fonction de répartition, espérance, formule de transfert
- Vecteurs aléatoires : loi, lois marginales, variables aléatoires indépendantes
- Moments, variance, covariance, corrélation, inégalité de Markov, inégalité de Bienaymé-Tchebychev
- Loi d'une fonction de variables aléatoires, loi de la somme de variables aléatoires indépendantes, convolution, fonction génératrice, fonction caractéristique
- Notions de convergence d'une suite de variables aléatoires : en probabilités, presque-sûre, dans \mathbb{L}^p , en loi, liens entre ces modes de convergence, loi faible des grands nombres, loi forte des grands nombres, théorème central limite, méthode de Monte Carlo

Puis uniquement pour la licence de mathématiques :

- Vecteurs gaussiens.
- Statistique: modèle statistique, estimateurs, biais, consistance, risque quadratique, moyenne empirique, variance empirique, méthode des moments, méthode du maximum de vraisemblance.
- Si le temps le permet, intervalles de confiance.

Bibliographie :

- Guy Auliac, Christiane Coccozza-Thivent, Sophie Mercier, Michel Roussignol, *Intégration et Probabilités*, Collection Objectif Licence 3ème année, éditions Edisciences, 2005
- Dominique Foata & Aimé Fuchs, *Calcul des probabilités : Cours, exercices et problèmes corrigés*, éditions Dunod, 2003
- Olivier Garet, Aline Kurtzmann, *De l'intégration aux probabilités*, Ellipses, 2011.

3.8 LSMA647 — Analyse appliquée aux systèmes dynamiques

ECTS : 6

Semestre : 6

Responsable du cours : Oleksiy Khorunzhiy

Volume horaire : 27 heures de cours magistral et 27 heures de TD

Evaluation : 40% contrôle continu et 60% examen écrit

Prérequis : Les notions de mathématiques étudiées en L1 et L2 MIASHS. Notamment, LSMA302 (équations différentielles, matrices, valeurs propres, vecteurs propres)

Descriptif : Cette UE est destinée aux étudiants de L3 MIASHS. Elle porte sur la construction et l'analyse des solutions des équations différentielles scalaires et vectorielles ainsi que des relations récurrentes.

Programme :

- Nombres complexes, formule d'Euler
- Equations différentielles linéaires de l'ordre 1 et 2
- Equations différentielles non-linéaires de l'ordre 1: équilibres, stabilité, diagramme des phases
- Systèmes d'équations différentielles linéaires: solution générale, équilibre, convergence, stabilité, portrait de phases
- Relations récurrentes linéaires et non-linéaires
- Systèmes des relations récurrentes

Bibliographie :

- Thuillier P., Belloc J.-C. *Mathématiques 2. Analyse, Calcul Intégral, Equations différentielles* Dunod, 2004

3.9 LSMA650 — Analyse numérique

ECTS : 6

Semestre : 6

Volume horaire : 18 heures de cours magistral et 36 heures de TD

Evaluation : 40% contrôle continu et 60% examen écrit

Prérequis : Les enseignements d'analyse et d'algèbre linéaire de la L2 Maths, les notions de bases de de topologie vues au S5, l'UE Mathématiques assistées par ordinateur conseillée mais non nécessaire.

Descriptif : Cette UE s'adresse aux étudiants en Licence de Mathématiques et en Double Licence Maths-Physique. Elle introduit les méthodes numériques en calcul scientifique (de la résolution des grands systèmes linéaires aux approximations des équations différentielles). Nous insistons en particulier sur les études d'erreurs des différentes méthodes.

Programme :

- Rappels et compléments d'algèbre linéaire: Réductions de matrices, propriétés des matrices définies positives
- Normes vectorielles et normes matricielles, conditionnement d'une matrice, préconditionnement
- Résolution de systèmes linéaires:
 - Méthodes directes: Décomposition LU , QR , de Cholesky
 - Méthodes itératives : méthodes de Jacobi, Gauss-Seidel et relaxation, méthode du gradient à pas optimal, études d'erreurs de ces méthodes.
- Interpolation polynomiale: Interpolation de Lagrange et d'Hermite, erreur de l'interpolation d'Hermite, polynômes de meilleure approximation, polynômes orthogonaux
- Intégration numérique: formules de quadrature de type interpolation, de type Gauss, estimations d'erreurs, description et estimation d'erreurs des formules de quadrature composées
- Approximation des équations différentielles: méthodes d'Euler et Euler rétrograde, notions de consistance, stabilité et convergence, d'ordre d'une méthode, méthodes de Runge-et-Kutta.

Bibliographie :

- Patrick Lascaux & Raymond Théodor : *Analyse Matricielle Appliquée à l'Art de l'Ingénieur* (Tome 1 et 2), Dunod, 2004
- Michelle Schatzman : *Analyse Numérique, une Approche Mathématique*, Dunod, 2004.
- P.G. Ciarlet : *Introduction à l'analyse numérique matricielle et à l'optimisation*, Dunod, 2006.

3.10 LSMA651 — Optimisation et applications

ECTS : 6

Semestre : 6

Volume horaire : 18h de Cours, 27h de TD, 9h de TD-machine

Evaluation : 40% contrôle continu et 60% examen écrit

Prérequis : Les UE d'analyse du semestre 3 et l'UE LSMA525.

Descriptif : Cette UE s'adresse aux étudiants de Licence de Mathématiques et de licence MIASHS. L'objectif du cours est d'initier les étudiants aux outils mathématiques théoriques et pratiques de base en optimisation numérique : existence, conditions d'optimalité d'ordre 1 et 2, méthodes de gradient. Des travaux pratiques en Python permettront de mettre en oeuvre les principales méthodes numériques vues en cours.

Programme :

- Rappels de calcul différentiel : fonctions de classe C^1 , matrice jacobienne, gradient, matrice Hessienne, différentes formules de Taylor
- Convexité, fonctions convexes
- Optimisation sans contrainte : conditions d'optimalité d'ordre 1 et 2
- Algorithmes de descente d'ordre 1 (gradient) et 2 (Newton)
- Optimisation avec contraintes de type égalité ou inégalité
 - Cas des contraintes égalités : conditions d'ordre 1 (extrema liés) et 2
 - Cas des contraintes inégalités : conditions d'ordre 1 (Karush-Kuhn-Tucker)
 - Cas des fonctions convexes sur des convexes
 - Notions sur les qualifications des contraintes
- Algorithme de gradient avec contrainte : gradient projeté, Uzawa,
- Méthode de type Newton

Bibliographie :

- P. Donato : Calcul différentiel pour la licence , Dunod, 2000.
- J.M. Bonnans : Optimisation continue , Dunod, 2006.
- P.G. Ciarlet : Introduction à l'analyse numérique matricielle et à l'optimisation, Dunod, 2006.
- Jonathan Borwein and Adrian S. Lewis : Convex Analysis And Nonlinear Optimization : Theory And Examples

3.11 LSMA692 — Projet

ECTS : 4

Semestre : 6

Evaluation : 50% contrôle continu (mémoire) et 50% Examen Oral

Prérequis : Pour réaliser ce projet de mathématiques, il est demandé d'avoir suivi toutes les Ues de mathématiques de la licence de mathématiques ou de la double-licence mathématiques-physique.

Descriptif : Ce projet s'effectue en trinôme et les sujets s'articulent principalement autour des activités de recherche des encadrants (enseignants, enseignants-chercheurs). Le projet est l'occasion d'approfondir un sujet ou de découvrir un nouveau sujet dans les domaines de l'analyse, l'analyse numérique, l'algèbre, les probabilités et les statistiques. Le projet peut comporter une partie de programmation.

Un travail régulier, simultanément au reste des cours, est demandé. Ainsi les étudiants font régulièrement état de l'avancement de leurs travaux avec leur encadrant.

Le projet donne lieu à la rédaction d'un mémoire et d'une soutenance orale.